



Bendrai finansuoja  
Europos Sąjunga

Nacionalinė  
švietimo  
agentūra



# Matematikos valstybinio brandos egzamino (II dalies) išplėstinio ir bendrojo kursų kandidatų darbų vertintojų mokymai

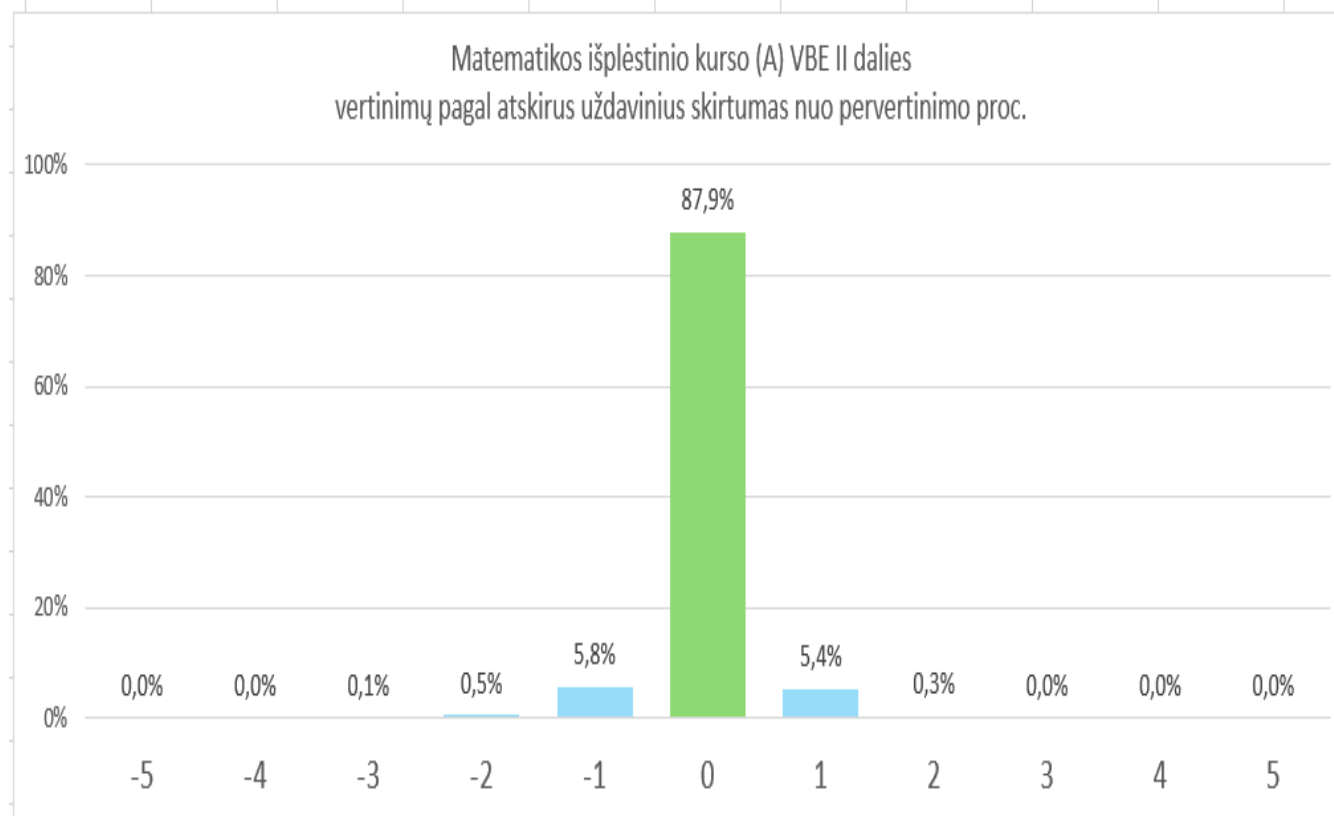
II dalis

II modulis

- Refleksija po savarankiško darbo užduoties.
- Bandomojo egzamino vertinimo klaidų analizė
- 2025 VBE probleminių uždavinių vertinimo aptarimas.

# Vidutinis vertinimo pagal atskirus uždavinius taškų skirtumas

Taškų skirtumas po perversinimo	Vertinimų pagal atskirus uždavinius skaičius	Vertinimų pagal atskirus uždavinius proc.
-5	9	0,0%
-4	16	0,0%
-3	99	0,1%
-2	705	0,5%
-1	8481	5,8%
0	127926	87,9%
1	7831	5,4%
2	469	0,3%
3	39	0,0%
4	3	0,0%
5	10	0,0%



- 19.** Yra žinoma, kad tiesė, einanti per tašką  $A(3; 0)$ , liečia<sup>12</sup> funkcijos  $f(x) = e^{\frac{1}{2} - \frac{x}{2}} + \ln(2 - x) + a$  grafiką taške, kurio abscisė lygi 1. Nustatykite parametro  $a$  reikšmę.

(4 taškai)

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
19		4	
	<b>I būdas</b> $f'(x) = e^{\frac{1}{2} - \frac{x}{2}} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2-x} \cdot (-1),$ $f'(x) = -\frac{e^{\frac{1}{2} - \frac{x}{2}}}{2} + \frac{1}{x-2}.$	1	Už gautą teisingą $f'(x)$ išraišką.
	$f'(1) = -\frac{e^{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}}}{2} + \frac{1}{1-2} = -1\frac{1}{2}.$	1	Už gautą teisingą $f'(1)$ reikšmę.
	$f(1) = e^{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}} + \ln(2 - x) + a = 1 + a,$ $y = -1,5(x - 1) + 1 + a.$	1	Už teisingą liestinės lygties pritaikymą.
	$A(3; 0): 0 = -1,5(3 - 1) + 1 + a,$ $a = 2.$ <i>Ats.: <math>a = 2</math>.</i>	1	Už teisingai gautą $a$ reikšmę.

**19.** Yra žinoma, kad tiesė, einanti per tašką  $A(3; 0)$ , liečia<sup>12</sup> funkcijos  $f(x) = e^{\frac{1}{2} - \frac{x}{2}} + \ln(2 - x) + a$  grafiką taške, kurio abscisė lygi 1. Nustatykite parametro  $a$  reikšmę.

(4 taškai)

**II būdas**

$$f'(x) = e^{\frac{1}{2} - \frac{x}{2}} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2-x} \cdot (-1),$$

$$f'(x) = -\frac{e^{\frac{1}{2} - \frac{x}{2}}}{2} + \frac{1}{x-2}.$$

1

Už gautą teisingą  $f'(x)$  išraišką.

$$f'(1) = -\frac{e^{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}}}{2} + \frac{1}{1-2} = -1\frac{1}{2}.$$

1

Už gautą teisingą  $f'(1)$  reikšmę.

$$k = f'(1) = \frac{0-f(1)}{3-1} = \frac{-1-a}{2}.$$

1

Už teisingą liestinės krypties koeficiento išraišką per  $a$ .

$$\frac{-1-a}{2} = -1\frac{1}{2},$$

$$a = 2.$$



$$\text{Ats.: } a = 2.$$

1

Už teisingai gautą  $a$  reikšmę.

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
19		4	
	<b>I būdas</b> $f'(x) = e^{\frac{1}{2} - \frac{x}{2}} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2-x} \cdot (-1),$ $f'(x) = -\frac{e^{\frac{1}{2} - \frac{x}{2}}}{2} + \frac{1}{x-2}.$	1	Už gautą teisingą $f'(x)$ išraišką.
	$f'(1) = -\frac{e^{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}}}{2} + \frac{1}{1-2} = -1\frac{1}{2}.$	1	Už gautą teisingą $f'(1)$ reikšmę.
	$f(1) = e^{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}} + \ln(2 - x) + a = 1 + a,$ $y = -1,5(x - 1) + 1 + a.$	1	Už teisingą liestinės lygties pritaikymą.
	$A(3; 0): 0 = -1,5(3 - 1) + 1 + a,$ $a = 2.$ <i>Ats.: a = 2.</i>	1	Už teisingai gautą $a$ reikšmę.

<b>II būdas</b> $f'(x) = e^{\frac{1}{2} - \frac{x}{2}} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2-x} \cdot (-1),$ $f'(x) = -\frac{e^{\frac{1}{2} - \frac{x}{2}}}{2} + \frac{1}{x-2}.$	1	Už gautą teisingą $f'(x)$ išraišką.
$f'(1) = -\frac{e^{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}}}{2} + \frac{1}{1-2} = -1\frac{1}{2}.$	1	Už gautą teisingą $f'(1)$ reikšmę.
$k = f'(1) = \frac{0-f(1)}{3-1} = \frac{-1-a}{2}.$	1	Už teisingą liestinės krypties koeficiento išraišką per $a$ .
$\frac{-1-a}{2} = -1\frac{1}{2},$ $a = 2.$ <i>Ats.: a = 2.</i>	1	Už teisingai gautą $a$ reikšmę.

Uždavinys	1-2 vertinimo patikimumo koeficientas (ICC)	Sutampantys vertinimai tarp 1-2 vertinimų (proc.)	Sutampantys vertinimai su pervertinimu (proc.)	Vidutinis skirtumas po pervertinimo	Tendencija po pervertinimo
19	0,961 	91,5	80,7 	-0,030	didėja

19. Sprendimas

$$f(1) = e^0 + \ln(2-1) + a = 1 + 0 + a = 1 + a$$

$$f'(x) = \frac{e^{\frac{1}{2}-x}}{2} + \frac{1}{2-x} + a$$

$$f'(1) = \frac{e^0}{2} + \frac{1}{2-1} + a = \frac{1}{2} + 1 + a = 1\frac{1}{2} + a \quad \checkmark$$

$$y = (1\frac{1}{2} + a)(x-1) + 1 + a = 1\frac{1}{2}x - 1\frac{1}{2} + ax - a + 1 + a = 1\frac{1}{2}x - \frac{1}{2} + ax \quad \checkmark$$

$$1\frac{1}{2} \cdot 3 - \frac{1}{2} + 3a = 0$$

$$3a = \frac{1}{2} - \frac{9}{2}$$

$$3a = -4$$

$$a = -\frac{4}{3} = -1\frac{1}{3} \quad \checkmark$$

Ats.:

$$a = -1\frac{1}{3}$$

Pirmas vertintojas 0 t;  
Antras vertintojas 3 t;  
Trečias vertintojas 3 t;

3t; ATK, išvestinė klaidinga

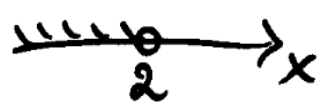
19. Sprendimas 1.  $y = kx + b$   $A(3;0)$   
 $0 = 3k + b$   
 $3k = -b$

2.  $f'(x) = \sqrt{e} \cdot (-\frac{1}{2}) \cdot e^{-\frac{x}{2}} \cdot \frac{1}{2-x}$   
 $f'(1) = \sqrt{e} \cdot (-\frac{1}{2}) \cdot \frac{1}{2-1} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = -\frac{1}{4}$   
 $f'(x) = k$

3.  $b = -3 \cdot (-\frac{1}{4}) = \frac{3}{4}$

4.  $y = -\frac{1}{4}x + \frac{3}{4}$

6.  $2 - x > 0$   
 $-x > -2$   
 $x < 2$   
 $x \in (-\infty; 2)$



5.  $-\frac{1}{4}x + \frac{3}{4} = e^{\frac{1}{2} - \frac{x}{2}} + \ln(2-x) + a$

taške, kur  $x = 1$

$-\frac{1}{4} \cdot 1 + \frac{3}{4} = e^{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}} + \ln(2-1) + a$

$\frac{1}{2} = e^0 + \ln 1 + a$

$\frac{1}{2} - 1 = a$

$a = -0,5$

(4)

Pirmas vertintojas 0 t;  
 Antras vertintojas 3 t;  
 Trečias vertintojas 2 t;

2t TK; f išvestinė ir išvestinės reikšmė neteisingos; pirmų 2t nėra

19. Sprendimas

$$x_0 = 1$$

$$f(x) = e^{\frac{1}{2} - \frac{x}{2}} + \ln(2-x) + a$$

$$y = f'(x_0) \cdot (x - x_0) + f(x_0)$$

$$f'(x) = e^{\frac{1}{2} - \frac{x}{2}} - 2x^{-1} + \frac{(-1)}{2-x \ln(e)} \quad f'(x_0) = -2$$

$$0 = f'(x_0) \cdot (3 - 1) + 1 + a$$

$$0 = -2 \cdot (3 - 1) + 1 + a$$

$$0 = -3 + a$$

$$a = 3$$

Pirmas vertintojas 0 t;

Antras vertintojas 3 t;

Trečias vertintojas 3 t;

19. Sprendimas

$$x_0 = 1$$

$$f(x) = e^{\frac{1}{2} - \frac{x}{2}} + \ln(2-x) + a$$

$$y = f'(x_0) \cdot (x - x_0) + f(x_0)$$

$$f'(x) = e^{\frac{1}{2} - \frac{x}{2}} - 2x^{-1} + \frac{(-1)}{2-x \ln(e)} \quad f'(x_0) = -2 \quad \checkmark$$

$$0 = f'(x_0) \cdot (3 - 1) + 1 + a \quad \checkmark$$

$$0 = -2 \cdot (3 - 1) + 1 + a$$

$$0 = -3 + a$$

$$a = 3 \quad \checkmark$$

3t; ATK; f išvestinė bloga; padeda sutartiniai ženklai



19. Sprendimas

$$f'(x) = \left(\frac{1}{2} - \frac{x}{2}\right) \cdot e^{\frac{1}{2} - \frac{x}{2}} + \frac{1}{2-x}$$

$$f'(1) = +1$$

$$f(1) = 1 + a$$

$$L = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

$$L = 1(x - 1) + 1 + a = x - 1 + 1 + a = x + a$$

$$\begin{aligned} a + a &= 0 \\ a &= -3 \end{aligned}$$

Pirmas vertintojas 0 t;

Antras vertintojas 3 t;

Trečias vertintojas 3 t;

3t; ATK.

19. Sprendimas

2.  $A(3;0)$   $R=a$   
 $f(x) = e^{\frac{1}{2}-\frac{x}{2}} + \ln(2-x) + a$   
 $x_0=1$

1.  $k$  – tiesio lygtis  $kx+b=y$

$k = f'(x_0)$ , tai

$$f'(x) = (e^{\frac{1}{2}-\frac{x}{2}})' + (\ln(2-x))' + 0 =$$

$$= e^{\frac{1}{2}-\frac{x}{2}} \cdot (-\frac{1}{2})' + \frac{1}{(2-x) \cdot \ln e} \cdot (2-x)' =$$

$$= e^{\frac{1}{2}-\frac{x}{2}} \cdot (-\frac{1}{2}) + \frac{-1 \cdot (-1)}{2-x} =$$

$$= -\frac{1}{2} e^{\frac{1}{2}-\frac{x}{2}} + \frac{1}{2-x}$$

$$k = f'(1) = -\frac{1}{2} \cdot e^{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}} - \frac{1}{2-1} = -\frac{1}{2} \cdot e^0 - \frac{1}{1} =$$

$$= -1,5$$

2. Kadangi tiesė eina per  $A$ , tai  $k \cdot 3 + b = 0$   
 $-1,5 \cdot 3 + b = 0$   
 $b = 4,5$

3. Dėiū, kai  $x=1$ , tai  $f(1) = -1,5 - 1 + 4,5 = 3$

$$e^{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}} + \ln(2-1) + a = 3$$

$$e^0 + \ln(1) + a = 3$$

$$1 + 0 + a = 3$$

$$a = 2$$

Pirmas vertintojas 4 t;  
 Antras vertintojas 4 t;

Ats.: 2

19.

Sprendimas

$$x_0 = 1$$

$$f(x_0) = e^0 + \ln 1 + a = 1 + a$$

$$f'(x) = \frac{e^{\frac{1}{2} - \frac{x}{2}}}{-\frac{1}{2}} + \frac{-1}{2-x} = -\frac{1}{2} - 1 = -1\frac{1}{2}$$


---

$$y = -1\frac{1}{2}(x-1) + 1 + a = -1\frac{1}{2}x + 2\frac{1}{2} + a$$

$$-1\frac{1}{2} \cdot 3 + 2\frac{1}{2} + a = 0$$

$$a = 2$$

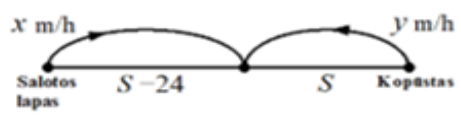
*Pirmas vertintojas 3 t;*

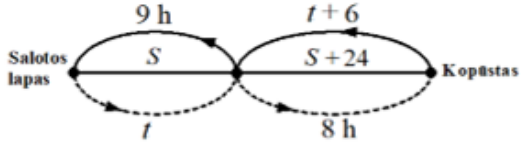
*Antras vertintojas 3 t;*

*3t; -1t už matematinį komunikavimą.*

- 20.** Vėžlys ir sraigė keliavo tiesia linija vienas priešais kitą: vėžlys nuo salotos lapo iki kopūsto, o sraigė – nuo kopūsto iki salotos lapo. Vėžlys nuo salotos lapo pajudėjo 6 val. vėliau, negu sraigė pradėjo šliaužti nuo kopūsto. Jiems susitikus, paaiškėjo, kad vėžlys nuėjo 24 metrais mažiau už sraigę. Po susitikimo praėjus 8 val. vėžlys pasiekė kopūstą, o sraigė salotos lapą pasiekė praėjus 9 val. po susitikimo. Nustatykite sraigės greitį, jeigu yra žinoma, kad visą kelionę vėžlys ir sraigė judėjo pastoviais greičiais.

*(5 taškai)*

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
20	<p><b>I būdas</b></p>  <p><math>x</math> m/h      <math>y</math> m/h</p> <p>Salotos lapas      <math>S - 24</math>      <math>S</math>      Kopūstas</p> <p><math>S</math> – kelias nuo kopūsto iki susitikimo taško;  <math>x</math> (m/h) – vėžlio greitis;  <math>y</math> (m/h) – sraigės greitis;</p> <p>Iki susitikimo: vėžlys per <math>t</math> (h) nuėjo <math>(S - 24)</math> (m),  sraigė per <math>(t + 6)</math> (h) nuėjo <math>S</math> (m);</p> <p>Po susitikimo: vėžlys per 8 (h) nuėjo <math>S</math> (m),  sraigė per 9 (h) nuėjo <math>(S - 24)</math> (m);</p> <p>Pagal uždavinio sąlygą: <math display="block">\begin{cases} xt = S - 24, &amp; (1) \\ y(t + 6) = S, &amp; (2) \\ 8x = S, &amp; (3) \\ 9y = S - 24. &amp; (4) \end{cases}</math></p>	5	Už pasirinktą teisingą sprendimo strategiją (už teisingą dviejų arba daugiau lygčių sistemą).
	<p>Iš (3) atėmus (4): <math>8x - 9y = S - S + 24</math>  <math>x = \frac{12+9y}{8}</math> (5)</p>	1	Už gautą $x$ išraišką per $y$ (arba atvirkščiai).
	<p>(4) į (1) ir (3) į (2): <math display="block">\begin{cases} xt = 9y, \\ y(t + 6) = 8x. \end{cases}</math></p> <p>Ištačius (5) išraišką gauname:</p> $\begin{cases} \frac{24+9y}{8} \cdot t = 9y, \\ y(t + 6) = 8 \cdot \frac{24+9y}{8}; \end{cases}$	1	Už gautą lygčių sistemą su dviem nežinomaisiais.
	$\begin{cases} \frac{24 + 9y}{8} \cdot t = 9y, \\ y(t + 6) = 8 \cdot \frac{24 + 9y}{8}; \\ t = \frac{72y}{24 + 9y}, \\ t = \frac{24 + 3y}{y}. \end{cases}$ $\frac{72y}{24+9y} = \frac{24+3y}{y},$	1	Už gautą teisingą lygtį su vienu nežinomuoju.
	<p><math>5y^2 - 32y - 64 = 0,</math>  <math>y_1 = 8</math> arba <math>y_2 = -1,6</math> (netinka).  <i>Ats.</i>: 8 m/h.</p>	1	Už gautą teisingą atsakymą

<p><b>II būdas</b></p>  <p>Iki susitikimo:  vėžlys per <math>t</math> (h) nuėjo <math>S</math> (m),  sraigė per <math>(t + 6)</math> (h) nuėjo <math>(S + 24)</math> (m);  Po susitikimo:  vėžlys per 8 (h) nuėjo <math>(S + 24)</math> (m),  sraigė per 9 (h) nuėjo <math>S</math> (m);  Vėžlio greitis iki susitikimo lygus greičiui po susitikimo (sraigės taip pat), todėl:</p> $\begin{cases} \frac{S}{t} = \frac{S + 24}{8}, \\ \frac{S + 24}{t + 6} = \frac{S}{9}; \end{cases}$	1	Už pasirinktą teisingą sprendimo strategiją (už teisingą dviejų arba daugiau lygčių sistemą).
$\begin{cases} 8S = St + 24t, \\ 9S + 216 = St + 6S; \end{cases}$ $\begin{cases} S = \frac{24t}{8 - t}, \\ 9S + 216 = St + 6S; \end{cases}$	1	Už $S$ išraišką per $t$ (arba atvirkščiai).
$9 \cdot \frac{24t}{8 - t} + 216 = \frac{24t}{8 - t} \cdot t + 6 \cdot \frac{24t}{8 - t},$	1	Už gautą teisingą lygtį su vienu nežinomuoju.
$216t - 216t + 1728 = 24t^2 + 144t,$ $t^2 + 6t - 72 = 0,$ $t_1 = 6 \text{ arba } t_2 = -12 \text{ (netinka).}$	1	Už teisingai gautą $t$ reikšmę.
$S = \frac{24 \cdot 6}{8 - 6} = 72 \text{ (m),}$ $v = \frac{72}{9} = 8 \text{ (m/h).}$ <p>Ats.: 8 m/h.</p>	1	Už gautą teisingą atsakymą.

<p><b>III būdas</b></p> <p><math>x</math> (m/h) – vėžlio greitis;  <math>y</math> (m/h) – sraigės greitis.</p> <p>Po susitikimo: vėžlys per 8 (h) nuėjo <math>8x</math> (m),  sraigė per 9 (h) nuėjo <math>9y</math> (m).  Pagal uždavinio sąlygą: <math>8x - 9y = 24</math></p> <p>Iki susitikimo: <math>t_{vėžlio} = \frac{9y}{x}</math>, <math>t_{sraigės} = \frac{8x}{y}</math>.  Pagal uždavinio sąlygą: <math>\frac{8x}{y} - \frac{9y}{x} = 6</math></p> $\begin{cases} 8x - 9y = 24, \\ \frac{8x}{y} - \frac{9y}{x} = 6; \end{cases}$	1	Už pasirinktą teisingą sprendimo strategiją (už teisingą dviejų arba daugiau lygčių sistemą).
$x = 3 + 1,125y,$ $\frac{8(3+1,125y)}{y} - \frac{9y}{3+1,125y} = 6,$	1	Už teisingą pasirinktą lygčių sistemos psrendimo būdą.
$\frac{-5,625y^2+36y+72}{y(3+1,125y)} = 0,$	1	Už teisingą gautą racionalią lygtį.
$-5,625y^2 + 36y + 72 = 0,$ $y^2 - 6,4y - 12,80 = 0,$	1	Už gautą teisingą kvadratinę lygtį.
$y_1 = 8$ arba $y_2 = -1,6$ (netinka).  <i>Ats.: 8 m/h.</i>	1	Už gautą teisingą atsakymą.

20. Sprendimas

Vėžl. nuo susitikimo iki finišo =  $\frac{s}{2} + 12$  Tarkime vėžl. atstumas =  $s$   
 Vėžl. iki susitikimo =  $\frac{s}{2} - 12$  ir  $\frac{24}{2} = 12$ , atstumas iki  
 8h, duota vidurio  
 $AV = \frac{s}{6}$

$$\frac{\frac{s}{2} - 12}{6} = \frac{\frac{s}{2} + 12}{8}$$

$$\frac{\frac{s}{2} - 12}{6} - \frac{\frac{s}{2} + 12}{8} = 0$$

$$4s - 96 - 3s - 72 = 0$$

$$s = 168$$

Vėžl. nuo susitikimo iki  
 finišo =  $\frac{s}{2} - 12$

$$\frac{168}{2} - 12 = 8$$

Ats.: 8

1 vertintojas – 0 taškų  
 2 vertintojas – 5 taškai  
 3 vertintojas – 0 taškai

Mokinys daro nepagrįstą prielaidą, kad sraigės ir vėžlio susitikimas vyksta  $0,5s - 12$  ir  $0,5s + 12$ . Ši prielaida ženkliai supaprastina sprendimą. Pagal vertinimo gaires, jei su mokinio prielaida uždavinio sprendimas ženkliai palengvėja, tai taškai nėra skiriami. Tačiau ir lygties sudarymo strategija nėra teisinga.



20. Sprendimas

Tegu  $t$  – susitikimo laikas;  $v_v$  – vėžlio greitis (kelio/val.)  
 $(t > 0)$   $v_s$  – staterio greitis (kelio/val.)  
 $v_{vt}$  – vėžlio greitis (m/val.)  
 $v_{st}$  – staterio greitis (m/val.)  
 $S$  – visas kelias (m).

(5)

$$\begin{cases} v_v(t-6) + v_s \cdot t = 1 \\ v_v(t-6+8) = 1 \\ v_s(t+9) = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_v = \frac{1}{t+2} \\ v_s = \frac{1}{t+9} \\ \frac{t-6}{t+2} + \frac{t}{t+9} = 1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (t-6)(t+9) + t(t+2) &= (t+2)(t+9) \\ t^2 - 6t + 9t - 54 + t^2 + 2t &= t^2 + 9t + 2t + 18 \\ 2t^2 + 5t - 54 &= t^2 + 11t + 18 \\ t^2 - 6t - 72 &= 0 \end{aligned}$$

$$D = 36 - 4 \cdot 1 \cdot (-72) = 18^2$$

$$t_{1,2} = \frac{6 \pm 18}{2} = \begin{cases} 12 \\ -6 \end{cases} \text{ netinka, nes } t > 0$$

$$t = 12; v_v = \frac{1}{14}; v_s = \frac{1}{21}$$

$$v_{vt} = \frac{S}{14}; v_{st} = \frac{S}{21}$$

$$v_{vt}(t-6) + 24 = v_{st} \cdot t$$

$$\begin{aligned} \frac{S}{14} \cdot 6 + 24 &= \frac{S}{21} \cdot 12 \\ \frac{12S}{21} - \frac{6S}{14} &= 24 \end{aligned}$$

$$\frac{1}{7}S = 24$$

$$S = 168 \text{ m}$$

$$v_{st} = \frac{168}{21} = 8 \text{ m/h}$$

1 vertintojas – 0 taškų

2 vertintojas – 5 taškai

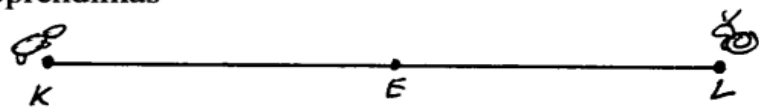
3 vertintojas – 5 taškai

Uždavinio sprendimas  
 neaprašytas vertinimo  
 instrukcijoje. Iš pradžių  
 atstumas laikomas  
 vienetu. Antrame etape  
 norėdamas panaudoti 24  
 m atstumą, mokinys  
 žymi atstumą s.

Ats.: 8 m/h

## 20. Sprendimas

(5)



$x$  – vėžlio vidutinė greitis (km/h)

$y$  – sraigės vidutinė greitis (km/h)

$KL$  – kelias nuo sraigės iki kopūsto (km)

$E$  – sraigės ir vėžlio susitikimo taškas

$t$  – laikas per kurį sraigė nuėjo atstumą  $EL$  (h/val.)

$$KE = EL + 0,024$$

Vertės:

$$\begin{cases} \frac{KE}{x} = t - 6 \\ \frac{KE + 0,024}{x} = 8 \end{cases} \quad \begin{cases} KE = x(t - 6) \\ KE + 0,024 = 8x \end{cases}$$

suduname bendrą lygtį:

$$\begin{cases} 9y = x(t - 6) \\ y + 0,024 = 8x \end{cases} \quad \begin{cases} 9y = x(t - 6) \\ x = \frac{y + 0,024}{8} \end{cases}$$

gauname lygtį:

$$9y = \frac{y + 0,024}{8} (t - 6) \quad (y \neq 0)$$

$$9 = \frac{t - 6}{8} \Rightarrow \frac{t - 6}{8} - 9 = 0$$

$$s = vt$$

Sraigė:

$$\begin{cases} \frac{KE + 0,024}{y} = t \\ \frac{KE}{y} = 9 \end{cases} \quad \begin{cases} KE + 0,024 = ty \\ KE = 9y \end{cases}$$

$$D = \left(\frac{6}{8}\right)^2 - 4 \cdot \frac{1}{8} \cdot (-9) = \frac{81}{16}$$

$$t_1 = 12 \quad t_2 = -6, \text{ neturime } t > 0$$

$$\frac{KE + 0,024}{y} = 12 \quad \frac{KE}{y} + \frac{0,024}{y} = 12$$

$$9 + \frac{0,024}{y} = 12$$

$$y = \frac{1}{125}$$

Ats.:  $\frac{1}{125} \text{ km/h}$

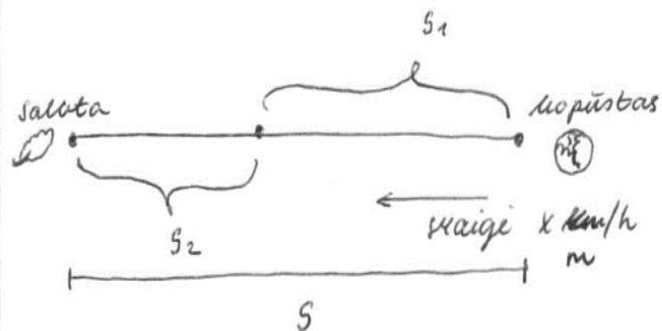
1 vertintojas – 1 taškas

2 vertintojas – 5 taškai

3 vertintojas – 5 taškai

Įdomi strategija.  
Aiškiai atskiria  
situaciją su sraige ir  
situaciją su vėžliu.  
Tada teisingai  
susitvarko su algebra.

20. Sprendimas  $m$   
 išlyga  $y \text{ km/h}$



$$\begin{aligned} S_2 &= S_1 - 24 \text{ m} \\ S_1 &= y \cdot 8 \text{ h} \\ S_2 &= x \cdot 9 \text{ h} \\ S_1 - 24 &= x \cdot 9 \\ S_2 &= x \cdot 9 + 24 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{išlyga } 82 &= y(t-6) & xt &= y8 & x9 &= y(t-6)^{(5)} \\ \text{svaigė } S_1 &= xt & t &= \frac{y8}{x} & yt - 6y &= x9 \\ & & & & yt &= x9 + 6y \\ & & & & t &= \frac{x9 + 6y}{y} \end{aligned}$$

$$\frac{y8}{x} = \frac{x9 + 6y}{y}$$

$$\begin{cases} 8y^2 = 9x^2 + 6xy \\ S_1 = 9x + 24 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 8y^2 = 9x^2 + 6xy \\ 8y = 9x + 24 \end{cases}$$

$$y = \frac{9x + 24}{8}$$

$$\begin{aligned} 8\left(\frac{9x+24}{8}\right)^2 &= 9x^2 + 6x \cdot \left(\frac{9x+24}{8}\right) \\ 8\left(\frac{x^2 81 + 576}{64}\right) &= 9x^2 + \frac{54x^2 + 144}{8} \end{aligned}$$

$$\frac{x^2 81 + 576}{8} = 9x^2 + \frac{54x^2 + 144}{8} \quad | \cdot 8$$

$$81x^2 + 576 - 72x^2 - 54x^2 + 144 = 0$$

$$-45x^2 = -432$$

$$x^2 = \pm \sqrt{\frac{48}{5}} \quad (-\text{net.}) = \frac{4\sqrt{5}}{5}$$

$$\text{svaigė } v = x$$

1 vertintojas – 1 taškas

2 vertintojas – 2 taškai

3 vertintojas – 4 taškai

I būdas

Yra padaryta vienintelė klaida sprendžiant kvadratinę lygtį.

4 taškai

## 20. Sprendimas

(5)

$$\frac{y^{(h-6)}}{h} + \frac{y-24}{h-6} = \frac{y-24}{9} + \frac{y}{8}$$

Strategijoje nėra kintamųjų įvesties

$$\frac{yh-6y+yh-24h}{h^2-6h} = \frac{8y-192+9y}{72}$$

$$h^2-6h=72$$

$$h^2-6h-72=0$$

$$D=(-6)^2-4 \cdot 1 \cdot (-72)=324$$

$$h_1 = \frac{6-18}{2} = -6 (\text{netinka})$$

$$h_2 = \frac{6+18}{2} = 12 (\text{val.})$$

$$12y-6y+12y-288=8y-192+9y$$

$$12y-6y+12y-8y-288=9y-192$$

$$y=96(m)$$

$$\text{greitis} = \frac{96}{12} = 8 \text{ m/h}$$

1 vertintojas – 0 taškų

2 vertintojas – 5 taškai

3 vertintojas – 4 taškai

vėžlio greitis + sraigės greitis=

sraigės greitis + vėžlio greitis

Beje, rinko 51/60t

4 taškai

Ats.: 8m/h

## Užduotis Nr. 1

19. Sprindimas  $x_0 = 1$   $f(1) = e^{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}} + \ln(2-1) + a = e^0 + \ln 1 + a =$  (4)  
 $= 1 + 0 + a = a + 1$   
 $f'(x) = e^{\frac{1}{2} - \frac{x}{2}} \cdot (-\frac{1}{2}) + \frac{1}{2-x} \cdot (-1) = -\frac{1}{2} e^{\frac{1}{2} - \frac{x}{2}} - \frac{1}{2-x}$   
 $f'(1) = -\frac{1}{2} e^{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}} - \frac{1}{2-1} = -\frac{1}{2} \cdot 1 - \frac{1}{1} = -\frac{3}{2}$   
 $k = -\frac{3}{2}$   
 $g(3) = -\frac{3}{2} \cdot 3 + b$   $-\frac{3}{2} \cdot 3 + b = 0$   $b = 4,5$   
 $g(x) = -\frac{3}{2}x + 4,5$   $g(1) = -\frac{3}{2} \cdot 1 + 4,5 = 3$  tai liečiamoji taške  $(1; 3)$   
 $\frac{1}{2} \cdot a + 1 = 3$   
 $a = 2$

$k$  – tiesinio koeficientas  
 $g(x)$  – tiesinio lygtis  
 $g(x) = kx + b$

Pirmas vertintojas 4 t;

Antras vertintojas 4 t;

## Užduotis Nr. 2

19. Sprendimas Tiesė yra  $f(x)$  liestinė

$$f'(x) = \left( e^{\frac{1}{2}-x} + \ln(2-x) + a \right)' = \left( \sqrt{e} \cdot e^{-\frac{x}{2}} + \ln(2-x) + a \right)' = \sqrt{e} \cdot e^{-\frac{x}{2}} \cdot \left( \frac{1}{2} \right)' + \frac{1}{2-x} =$$
$$= -\frac{\sqrt{e} \cdot e^{-\frac{x}{2}}}{2} + \frac{1}{2-x}$$

2) liestinė, lygtis  $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$

$$f'(1) = -\frac{\sqrt{e} \cdot e^{-\frac{1}{2}}}{2} + \frac{1}{2-1} = -\frac{1}{2} + \frac{2}{2} = \frac{1}{2}$$

$$f(1) = e^{\frac{1}{2}-1} + \ln(2-1) + a = 1 + 0 + a = 1 + a$$

$$y = \frac{1}{2}(x-1) + 1 + a$$

3) Tiesėi priklauso  $A(3; 0)$

$$0 = \frac{1}{2}(3-1) + 1 + a$$

$$0 = \frac{1}{2} \cdot 2 + 1 + a$$

$$0 = 2 + a$$

$$a = -2$$

Pirmas vertintojas 0 t;

Antras vertintojas 3 t;

Trečias vertintojas 3 t;

3t; ATK; suklysta skaičiuojant  $\ln'(2-x)$ , t.y. paliko priešingą ženklą.



### Užduotis Nr. 3

$$y = f'(x_0) \cdot (x - x_0) + f(x_0) = 2 \cdot (x - 1) + a + 1 = 2x - 2 + a + 1 = 2x + a - 1$$

$$f(1) = e^{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}} + \ln(2 - 1) + a = 1 + 0 + a = 1 + a$$

$$\frac{1}{2} - \frac{x}{2} = \frac{1 - x}{2}$$

$$f'(x) = e^{\frac{1-x}{2}} \cdot e^{\frac{1-x}{2}} \cdot \ln e + \frac{1}{2-x} = e^{1-x} + \frac{1}{2-x}$$

$$\frac{1-x}{2} + \frac{1-x}{2} = \frac{2-2x}{2} = \frac{2(1-x)}{2} = 1-x$$

$$f'(1) = e^{1-1} + \frac{1}{2-1} = 1 + 1 = 2$$

$$A(3; 0)$$

$$2 \cdot 3 + a - 1 = 0$$

$$6 + a - 1 = 0$$

$$a = 1 - 6$$

$$a = -5$$

Pirmas vertintojas 0 t;

Antras vertintojas 3 t;

Trečias vertintojas 3 t;

Ats.:  $a = -5$

3t; ATK.

## Užduotis Nr. 4

19. Sprendimas

$$1) f'(x) = e^{\frac{1}{2}} \cdot e^{-\frac{x}{2}} = (e^{\frac{1}{2}})' \cdot e^{-\frac{x}{2}} + e^{\frac{1}{2}} \cdot (e^{-\frac{x}{2}})' =$$

$$= e^{-\frac{1}{2}x} = -\frac{1}{2} e^{-\frac{1}{2}x}$$

$$e^{-\frac{1}{2}x} \ln e \cdot (-\frac{1}{2}) = -\frac{1}{2} e^{-\frac{1}{2}x}$$

$$f'(1) = -1,5$$

$$-\frac{1}{2} e^{-\frac{1}{2}x} = 0$$

$$e^{-\frac{1}{2}x} = 0$$

*Pirmas vertintojas 0 t;*

*Antras vertintojas 2 t;*

*Trečias vertintojas 0 t;*

Nėra P ir A, juo labiau T, K



## Užduotis Nr. 5

19. Sprendimas  $f(1) = e^{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}} + \ln(2-1) + \alpha = 1 + 0 + \alpha = 1 + \alpha$

(4)

$$y = kx + b$$

$$\begin{cases} 0 = k \cdot 3 + b \\ 1 + \alpha = 1 \cdot k + b \quad | \cdot (-1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 = 3k + b \\ -1 - \alpha = -k - b \end{cases} +$$

$$-1 - \alpha = 2k$$

$$k = \frac{-1 - \alpha}{2}$$

$$f'(x) = \frac{0 \cdot e^{0,5x} - e^{0,5x} \cdot 0,5 \cdot e^{0,5}}{e^x} + \frac{1}{(2-x)\ln e} \cdot (-1) + \alpha = \frac{-0,5 \cdot e^{0,5x+0,5}}{e^x} - \frac{1}{2-x} + \alpha =$$

$$= -0,5 \cdot e^{-0,5x+0,5} - \frac{1}{2-x} + \alpha$$

$$f'(1) = -0,5 \cdot e^0 - 1 + \alpha = -1,5 + \alpha$$

$$f'(x) = k$$

$$-1,5 + \alpha = \frac{-1 - \alpha}{2} \quad | \cdot 2$$

$$3\alpha = 2$$

$$-3 + 2\alpha = -1 - \alpha$$

$$\alpha = \frac{2}{3}$$

Ats.: $\frac{2}{3}$
---------------------

Pirmas vertintojas 0 t;  
Antras vertintojas 3 t;  
Trečias vertintojas 3 t;

3t; ATK; Nėra P; Išvestinėje paliko konstantą  $\alpha$

## Užduotis Nr. 6

Sprendimas

$$f'(x) = e^{\frac{1}{2} - \frac{x}{2}} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2-x} \cdot (1)^{+ax} = -\frac{e^{\frac{1}{2} - \frac{x}{2}}}{2} + \left(-\frac{1}{2-x}\right) + ax$$

$$x=1$$

$$f'(1) = -\frac{3}{2} + a$$

liantikin lygtin  $g(x)$

$$g(x) = \left(-\frac{3}{2} + a\right) \cdot (x-1) + 1 + a$$

$$-\frac{3}{2}x + \frac{3}{2} + ax - a + a + 1 = ax - \frac{3}{2}x + 2,5$$

$$g(3) = 0$$

$$ax - \frac{3}{2}x + 2,5 = g(x)$$

$$g(3) = 3a - 4,5 + 2,5 = 3a - 2$$

$$3a - 2 = 0$$

$$a = \frac{2}{3}$$

Pirmas vertintojas 0 t;

Antras vertintojas 3 t;

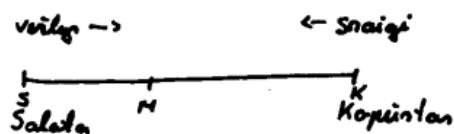
Trečias vertintojas 3 t;

Ats.:  $\frac{2}{3}$

3t; ATK; Išvestinėje konstanta *integruojama*; Nestandartinė  $f'(1)$  išraiška

# Užduotis Nr. 7

20. Sprendimas



M - nusitikhimo taškas

S - atstumas

t - laikas

v - greitis

SM = y - 24 y - kelias nuo salotų iki nusitikhimo

MK = y x - laikas iki nusitikhimo

IKI SUSITIKIMO:

	t	S	✓
Vėlyv			
Vėlyv	x - 6	y - 24	-
Sraigė	x	y	-

$$tv(\text{ū vino}) = x - 6 + 8 = x + 2$$

$$St(\text{ū vino}) = y + y - 24 = 2y - 24$$

$$ts(\text{ū vino}) = x + 9$$

IŠ VIŠO:

	t	S	v
Vėlyv			
Vėlyv	x + 2	2y - 24	$\frac{2y - 24}{x + 2}$
Sraigė	x + 9	2y - 24	$\frac{2y - 24}{x + 9}$

$$2) x = \frac{8(2y - 24)}{x + 2} \cdot \frac{x + 9}{2y - 24} \quad x = \frac{8}{x + 2} (x + 9) \quad x \neq -2$$

$$x^2 + 2x = 8x + 72$$

$$x^2 - 6x - 72 = 0$$

$$D = (-6)^2 - 4(-72) = 36 + 288 = 324$$

$$x_1 = \frac{6 + 18}{2} = 12$$

$$x_2 = \frac{6 - 18}{2} = -6 \text{ (netinka)}$$

$$3) (12 - 6) \left( \frac{2y - 24}{12 + 2} \right) = 9 \left( \frac{2y - 24}{12 + 9} \right)$$

$$1) \begin{cases} (x - 6) \left( \frac{2y - 24}{x + 2} \right) = 9 \left( \frac{2y - 24}{x + 9} \right) & (1) \\ x \left( \frac{2y - 24}{x + 9} \right) = 8 \left( \frac{2y - 24}{x + 2} \right) & (2) \end{cases}$$

$$1) \frac{(x - 6)(2y - 24)}{x + 2} = \frac{9(2y - 24)}{x + 9}$$

$$\frac{(x - 6)(2y - 24)(x + 9) - 9(2y - 24)(x + 2)}{(x + 2)(x + 9)} = 0$$

$$\frac{(2y - 24)((x - 6)(x + 9) - 9(x + 2))}{(x + 2)(x + 9)} = 0$$

$$(2y - 24) \left( \frac{(x - 6)(x + 9)}{(x + 2)(x + 9)} - \frac{9(x + 2)}{(x + 2)(x + 9)} \right) = 0$$

$$\frac{(2y - 24)(x - 6)}{(x + 2)(x + 9)} = 0$$

$$\begin{aligned} 2y - 24 &= 0 \\ 2y &= 24 \\ y &= 12 \end{aligned}$$

Ats.:

3 taškai;  
P, T, K (II būdas)

## Užduotis Nr. 8

20. Sprendimas

(5)

$y$  – vežlio laikas iki susidikimo.

$$\frac{8}{y+6} = \frac{y}{3}$$

$$\frac{72 - y(y+6)}{3(y+6)} = 0$$

$$72 - y^2 - 6y = 0$$

$$y_1 = -12 \text{ (netinka)}$$

$$y_2 = 6$$

$x$  – vežlio atstumas iki susidikimo:

$$\frac{6}{x} = \frac{8}{x+24}$$

$$\frac{6}{x} - \frac{8}{x+24} = 0$$

$$\frac{6(x+24) - 8x}{x(x+24)} = 0$$

$$6x + 144 - 8x = 0$$

$$2x = 144$$

$$x = 72$$

$V$  – sraigės greitis

$$V = \frac{x}{y} = \frac{72}{9} = 8 \text{ m/h}$$

*Pirmas vertintojas 0 t;*

*Antras vertintojas 5 t;*

*Trečias vertintojas 4 t;*

Nepaaiškinta, iš kur  
gaunama laikų santykių  
lygybė

Ats.: 8 m/h

## Užduotis Nr. 9

20. Sprendimas

(5)

S - vaigės kelias iki susitikimo

S-24 - vėlio kelias iki susitikimo

t - vaigės laikas iki susitikimo

t-6 - vėlio laikas iki susitikimo

$$V_{\text{vaigės}} = \frac{S}{t} \quad V_{\text{vėlio}} = \frac{S-24}{t-6}$$

t+9 - vaigės visas laikas

t-6+8 = t+2 vėlio visas laikas

$$S_{\text{vaigės}} = S_{\text{vėlio}} \quad S = v \cdot t$$

$$(t+9) \cdot \frac{S}{t} = \frac{S-24}{t-6} (t+2)$$

$$\frac{(t+9) \cdot S}{t} = \frac{(t+2)(S-24)}{t-6}$$

$$S(t+9)(t-6) = t(t+2)(S-24)$$

$$S(t^2+3t-54) = t(st+2s-24t-48)$$

$$st^2+3st-54s = st^2+2st-24t^2-48t$$

$$s \cdot t - 54s + 24t^2 - 48t = 0 \quad \checkmark \quad \frac{S-24}{2-6} \cdot 4 = 0 \quad \text{Ats.: } 12$$

$$S(t-54) + t(24t-48) = 0$$

$$\frac{S}{t}(t-54) + (24t-48) = 0$$

$$V_S(t-54) + 24t-48 = 0$$

$$V_S(t-54) = -24t+48$$

$$V_S = \frac{(-24t+48)}{t-54} \quad \checkmark$$

$$\frac{-24t+48}{t-54} = 0 \quad \frac{48}{t-54} = 24 \quad V_S = \frac{24}{2} = 12$$

$$-24t+48 = 0$$

$$-24t = -48$$

$$t = 2$$

$$\frac{S-24}{2-6} = 12$$

$$t-54 \neq 0$$

$$t = 54 \quad \checkmark$$

$$4s-96 = 0$$

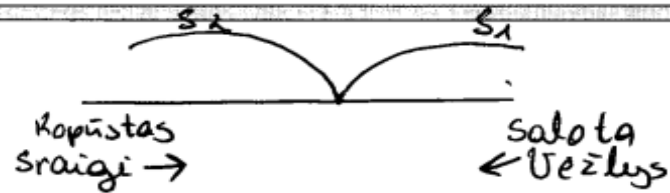
$$4s = 96 \quad s = 24$$

Pirmas vertintojas 3 t;  
Antras vertintojas 1 t;  
Trečias vertintojas 3 t;

PAT

## Užduotis Nr. 10

20. Sprendimas



$$S_2 = S_1 + 24$$

(5)

tarkime, kad  $v_v$  - vėžlio greitis, o  $v_{s1}$  - sraigis greitis,  $t$  - laikas po kurio susitikimo

iki susitikimo

	S	v	t
vėžlys	$S_1$	$v_v$	$t-6$
sraigis	$S_2$	$v_{s1}$	$t$

po susitikimo

	S	v	t
vėžlys	$S_1$	$v_v$	8
sraigis	$S_2$	$v_{s1}$	9

$$1) \frac{S_{\text{vėžlio}}}{S_{\text{vėžlio}}} = \frac{S_{\text{sraigis}}}{S_{\text{sraigis}}} \Rightarrow \frac{v_v(t-6)}{v_v \cdot 8} = \frac{v_{s1} \cdot 9}{v_{s1} \cdot t} \Rightarrow \frac{t-6}{8} = \frac{9}{t}$$

$$t^2 - 6t = 72; \quad t \neq 0$$

$$t^2 - 6t - 72 = 0$$

$$t_1 = 12 \quad t_2 = -6 \text{ (netenkina)}$$

$$2) S_2 - S_1 = 24$$

$$S_{\text{sraigis}} - S_{\text{sraigis}} = 24$$

$$v_{s1} \cdot t - v_{s1} \cdot 9 = 24$$

$$v_{s1} \cdot 12 - v_{s1} \cdot 9 = 24$$

$$3v_{s1} = 24 \quad | :3$$

$$v_{s1} = 8$$

Ats.:

~~8 m/h~~ 8

5 taškai

AČIŪ UŽ DĖMESĮ